

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in
Kaiserslautern**

Semester: Sommersemester 2013

Abschlussprüfung: Mathe für W2

Datum: 21.06.2013

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 4 \cdot \ln(x+1) - 2 \cdot x$, $D_f =]-1; \infty[$.

- Bestimmen Sie sämtliche Hoch- und Tiefpunkte. Geben Sie auch an, ob lokale oder globale Maxima bzw. Minima vorliegen (5 Punkte).
- Bestimmen Sie mit dem Newton-Verfahren einen Näherungswert x_2 für eine Nullstelle, wenn $x_0 = 3$ der Startwert ist. Rechnen Sie auf vier Nachkommastellen genau (4 Punkte).
- Zeichnen Sie die Funktion im Bereich $-1 < x \leq 5$ (3 Punkte).

Aufgabe 2

- Wir haben die Matrizen $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} h & i & j \\ k & l & m \\ n & o & p \end{pmatrix}$ ($\det B \neq 0$). Kreuzen Sie

an, welche Operationen möglich sind.

$A + B$	$A^T \cdot A$	$A \cdot B$	$B \cdot B^{-1}$	$B \cdot A$	$B - A$	$B \cdot B$	$A + A$

(4 Punkte)

- Welchen Wert muss t haben, damit die Matrix $C = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 2 \\ 1 & t & -7 \\ -5 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ eine Inverse

hat? (4 Punkte)

- Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} 2 \cdot x + 5 \cdot y &= 22 \\ -8 \cdot x - 25 \cdot y &= -168 \end{aligned} \quad (4 \text{ Punkte})$$

Abschlussprüfung: Mathe für W2, Sommersemester 2013, 21.06.2013

Aufgabe 3

- Prüfen Sie, ob die Funktion $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{für } x > 0 \\ x^2 + 2 & \text{für } x \leq 0 \end{cases}$, $D_f = \mathbb{R}$ an der Stelle $x = 0$

stetig und differenzierbar ist (6 Punkte).

- Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

$$\text{b1)} f(x) = \frac{3 \cdot x^4 - 2 \cdot x^3 + x^2 + 5 \cdot x + 1}{4 \cdot x^3 - x^2 + 7 \cdot x + 2} \quad (3 \text{ Punkte}) \quad \text{b2)} f(x) = 2^{x^2+3 \cdot x} \quad (3 \text{ Punkte})$$

Aufgabe 4

Ein Student des Studienkollegs möchte sich für die Mathe-FSP mit Kaffee und Cheeseburgern stärken. Ein Becher Kaffee (x) kostet 1€, und ein Cheeseburger (y) kostet 2€. Der Student hat insgesamt 11€ zur Verfügung. Seine Nutzenfunktion lautet $f(x, y) = \sqrt{x+y}$, $D_{f_x} = \mathbb{R}^{>0}$, $D_{f_y} = \mathbb{R}^{>0}$. Wie viele Becher Kaffee und wie viele Cheeseburger muss er konsumieren, damit sein Nutzen maximal wird? (12 Punkte)

Aufgabe 5

- Die folgende Tabelle zeigt für die Spielzeiten 06/07 bis 10/11 die Platzierungen des FC Bayern München in der Bundesliga¹:

Spielzeit	06/07	07/08	08/09	09/10	10/11
Platz	4	1	2	1	3

- Bestimmen Sie den Median der Plätze (1 Punkt).

- Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion der Plätze (3 Punkte).

- Die folgende Tabelle zeigt für sechs Tage im Juni 2013 die Tageshöchsttemperatur (THT) und die Tagestiefstemperatur (TTT) für Kaiserslautern²:

Datum	1.6	2.6	3.6	4.6	5.6	6.6
THT	14,7°C	15,5°C	13,7°C	17,6°C	21,8°C	22,3°C
TTT	8,9°C	6,3°C	6,7°C	7,7°C	11,8°C	13,2°C

Zeigen Sie, welche Art von Korrelation zwischen der THT und der TTT für diese Tage besteht (Hinweise: durchschnittliche THT: 17,6°C und Varianz der THT: 11,2933). Interpretieren Sie Ihr Ergebnis. Rechnen Sie bei den Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau (8 Punkte).

¹ Quelle: www.bundesliga.de (12.06.2013)

² Quelle: www.wetter.com (12.06.2013)